

Лист № 1 Обыкновенная дробь

Обзор

- Понятие доли
- Обыкновенная дробь

- Нахождение дроби от числа
- Нахождение целого по его части

Понятие доли

Отрезок, квадрат, круг можно считать **одним целым**.

Если разделить круг на 4 равные части и выбрать одну из них, то мы получим *одну четвёртую долю* круга. Аналогичным образом можно получить вторую, пятую долю и так далее (рис. 1.1).

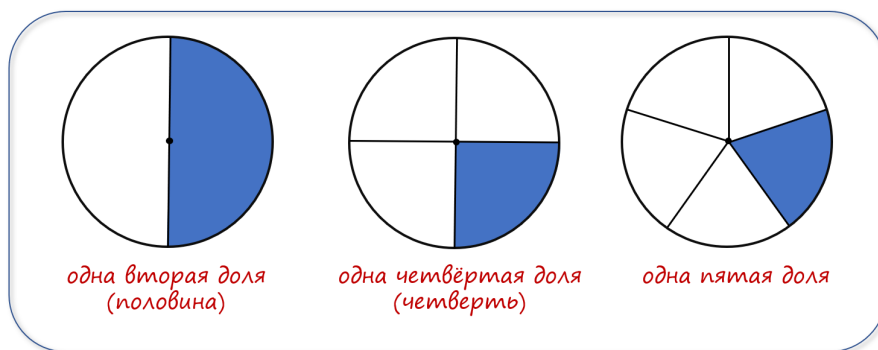


Рис. 1.1

Определение 1.1

Равные части целого называются **долями**.

Пример 1.1

Мастер и ученик, работая вместе, заработали 35400 рублей. На долю мастера приходятся две части этой суммы, на долю ученика - одна. Сколько денег получил каждый?

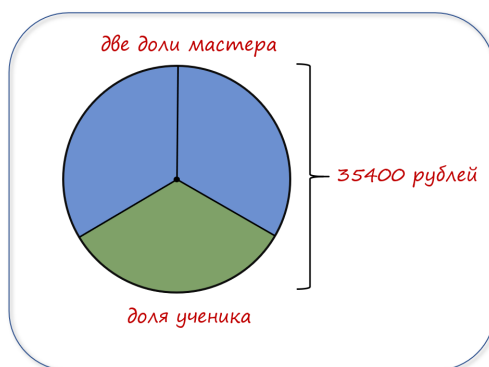


Рис. 1.2

Решение.

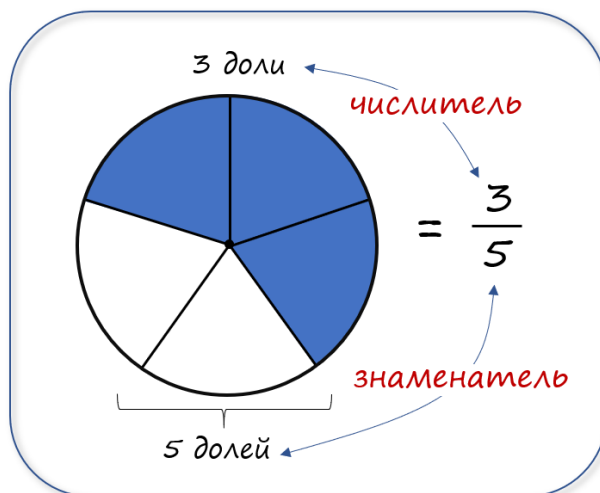
- 1) На сколько долей делят деньги? $\rightarrow 2 + 1 = 3$ (доли).
- 2) Сколько денег приходится на одну долю? $\rightarrow 35400 : 3 = 11800$ (рублей).
- 3) Сколько получил мастер? $\rightarrow 11800 \cdot 2 = 23600$ (рублей).

Ответ: Мастер получил 23600 рублей, ученик 11800 рублей.

Понятие обыкновенной дроби

Пусть круг разделен на 5 равных частей. Каждая из них составляет *одну пятую долю*. На рисунке закрашены 3 доли из 5, что составляет три пятых всего круга.

Три пятых круга записываются в виде $\frac{3}{5}$. Такую запись называют **обыкновенной дробью**, а число, которое она обозначает, – **дробным числом**.



Определение 1.2

Дробное число – это одна *доля* или сумма нескольких равных *долей*.

Обыкновенная дробь – это запись вида $\frac{a}{b}$.

Число b называется **знаменателем** дроби и показывает на сколько частей разделено целое.

Число a называется **числителем** дроби и указывает сколько взято частей.

Правило 1.1 (чтение дробей)

Числитель – количественное числительное женского рода (одна, две).

Знаменатель – порядковое числительное (вторая, третья).

Образец чтения: $\frac{1}{2}$ – одна вторая, $\frac{2}{3}$ – две третьих.

Изображение дроби на числовом луче

Дроби можно изображать на *числовом луче*. Изобразим на числовом луче дробь $\frac{3}{5}$.

Для этого выберем на луче *единичный отрезок* и разделим его на 5 равных частей.

Тогда отрезок OA будет составлять три пятых *единичного отрезка* и координата точки A будет равна $A\left(\frac{3}{5}\right)$ (рис. 1.3).

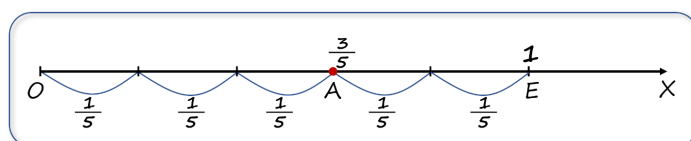
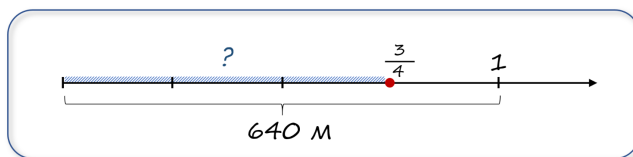


Рис. 1.3

Нахождение дроби от числа

Пример 1.2

От Колиного дома до школы 640 метров. Он прошёл $\frac{3}{4}$ пути. Сколько метров прошёл Коля?



Решение.

① В данной задаче *единица* - это весь путь. Знаменатель дроби равен 4, значит, весь путь разбит на 4 части, и Коля прошёл 3 таких части.

② Длина одной части равна $640 : 4 = 160$ (м).

③ Длина трёх частей равна $160 \cdot 3 = 480$ (м).

Ответ: Коля прошёл 480 м.

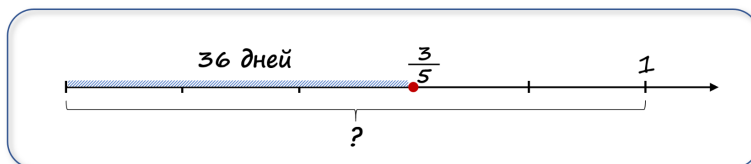
Правило 1.2 (нахождение дроби от числа)

Чтобы найти дробь от числа, нужно это число **разделить на знаменатель** дроби, и полученный результат **умножить на числитель** дроби.

Нахождение целого по его части

Пример 1.3

Сколько дней длится первая четверть, если $\frac{3}{5}$ её составляют 36 дней?



Решение.

① В данной задаче *единица* - это продолжительность всей первой четверти. Четверть разбита на 5 частей.

② По условию 3 таких части составляют 36 дней, значит, одна часть составляет $36 : 3 = 12$ дней.

③ Вся четверть состоит из 5 таких частей и составляет $12 \cdot 5 = 60$ дней.

Ответ: первая четверть длится 60 дней.

Правило 1.3 (нахождение целого по его части)

Чтобы найти целое по его части, нужно число **разделить на числитель** дроби и **умножить на знаменатель** дроби.

Пример 1.4

1) Найти $\frac{3}{7}$ от 42.

Решение: Находим дробь от числа по правилу 1.2: $42 : 7 \cdot 3 = 18$.

2) Найдите целое, если $\frac{3}{7}$ составляет 42.

Решение. Находим целое по правилу 1.3: $42 : 3 \cdot 7 = 98$.

Вопросы

- 1) Что называется долей?
- 2) Что называется дробным числом?
- 3) Что такое обыкновенная дробь?
- 4) Что показывает знаменатель дроби? Числитель?
- 5) Как найти дробь от числа?
- 6) Как найти целое по его части?

Пример 1.5

Ученик исписал 10 страниц тетради, что составляет $\frac{5}{6}$ всей тетради. Сколько страниц в тетради?

Решение.

① Здесь целое - это число страниц всей тетради (рис. 1.4а). Всё количество страниц разбито на 6 частей.

② По условию 5 частей соответствуют 10 страницам, значит, одна часть составляет $10 : 5 = 2$ страницы.

③ Все страницы – это 6 таких частей и во всей тетради $2 \cdot 6 = 12$ страниц.

Ответ: 12 страниц.

Пример 1.6

Дочери 12 лет, её возраст составляет $\frac{2}{5}$ возраста матери. Сколько лет матери?

Решение.

① Здесь целое - это возраст матери, который разбит на 5 частей (рис. 1.4б).

② На возраст дочери приходится 2 такие части или 12 лет, значит, одна часть составляет $12 : 2 = 6$ лет.

③ Возраст матери $6 \cdot 5 = 30$ лет.

Ответ: 30 лет.

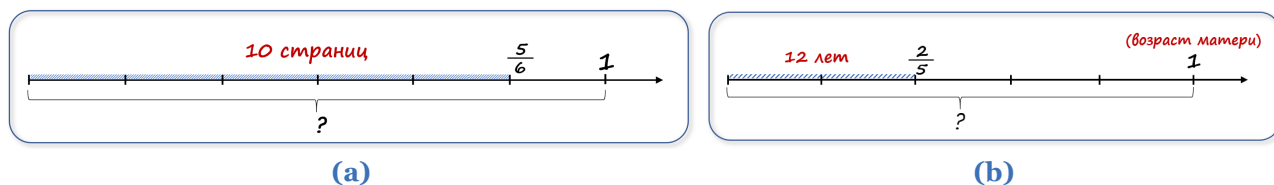


Рис. 1.4

Упражнения**I уровень**

1.1 Найдите дробь от числа:

- | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-----------------------------|--------------------------|
| 1) $\frac{1}{2}$ от 36; | 3) $\frac{1}{17}$ от 68; | 5) $\frac{1}{4}$ от 40; | 7) $\frac{1}{1}$ от 79; |
| 2) $\frac{1}{11}$ от 22; | 4) $\frac{1}{5}$ от 105; | 6) $\frac{1}{113}$ от 3390; | 8) $\frac{1}{5}$ от 245. |

1.2 Найдите дробь от числа:

- | | | | |
|-------------------------|--------------------------|-------------------------|--------------------------|
| 1) $\frac{2}{3}$ от 15; | 3) $\frac{5}{9}$ от 45; | 5) $\frac{2}{5}$ от 25; | 7) $\frac{3}{8}$ от 32; |
| 2) $\frac{2}{7}$ от 42; | 4) $\frac{3}{10}$ от 80; | 6) $\frac{5}{6}$ от 24; | 8) $\frac{5}{12}$ от 36. |

1.3 Найдите дробь от числа:

- | | | | |
|--------------------------|----------------------------|-----------------------------|--------------------------|
| 1) $\frac{2}{11}$ от 77; | 3) $\frac{35}{57}$ от 114; | 5) $\frac{4}{25}$ от 100; | 7) $\frac{8}{13}$ от 39; |
| 2) $\frac{3}{8}$ от 120; | 4) $\frac{17}{21}$ от 63; | 6) $\frac{31}{100}$ от 700; | 8) $\frac{9}{19}$ от 95. |

1.4 Выберите на числовой прямой масштаб: единица (целое) – 6 клеточек. Отметьте на числовой прямой дроби $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{6}, \frac{3}{6}, \frac{5}{6}, \frac{4}{6}, \frac{6}{6}, \frac{1}{1}$. Выпишите дроби, которые выражают одинаковые части.

1.5 Выберите на числовой прямой масштаб: единица (целое) – 12 клеточек. Отметьте на числовой прямой дроби $\frac{1}{12}, \frac{2}{12}, \frac{3}{12}, \frac{4}{12}, \frac{8}{12}, \frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{6}{6}$. Выпишите дроби, которые выражают одинаковые части.

1.6 Выберите на числовой прямой такой масштаб (единицу), чтобы можно было «по клеточкам» отметить на числовой прямой следующие дроби: $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{5}{5}$. Выпишите дроби, которые выражают одинаковые части.

1.7 Найдите целое, если:

- | | |
|--------------------------------|---------------------------------|
| 1) $\frac{1}{4}$ составляет 4; | 5) $\frac{3}{5}$ составляет 51; |
| 2) $\frac{1}{8}$ составляет 4; | 6) $\frac{3}{4}$ составляет 21; |
| 3) $\frac{1}{4}$ составляет 4; | 7) $\frac{2}{5}$ составляет 18; |
| 4) $\frac{1}{3}$ составляет 6; | 8) $\frac{2}{3}$ составляет 14. |

1.8 Найдите целое, если:

- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| 1) $\frac{2}{3}$ составляет 12; | 5) $\frac{31}{37}$ составляет 124; |
| 2) $\frac{3}{11}$ составляет 33; | 6) $\frac{78}{145}$ составляет 78; |
| 3) $\frac{4}{5}$ составляет 16; | 7) $\frac{2}{5}$ составляет 30; |
| 4) $\frac{78}{145}$ составляет 78; | 8) $\frac{3}{10}$ составляет 60. |

1.9 Найдите $\frac{2}{3}$ от 3, от 6, от 9. Объясните, почему дробь одна и та же, а ответы разные.

1.10 Заасфальтировали $\frac{2}{5}$ дороги. Сколько километров дороги заасфальтировали? Сколько осталось заасфальтировать?

1.11 Купили 5 кг 600 г сахара и израсходовали на варенье $\frac{7}{8}$ всего сахара. Сколько сахара пошло на варенье?

1.12 После похода за грибами выяснилось, что из 36 грибов половину нашёл папа, треть остатка – мама, а остальные – сын. Сколько грибов нашёл сын?

1.13 Машинистка перепечатала $\frac{1}{7}$ рукописи, а затем оставшиеся 42 страницы. Сколько страниц в рукописи?

1.14 Велосипедист проехал $\frac{2}{5}$ дороги. Какова длина дороги, если он проехал 40 км.

1.15 На базу в Антарктиду доставили 24 собаки. Из $\frac{3}{8}$ всех собак составили упряжку, на которой отправились в поход. Сколько собак не вошло в упряжку?

1.16 Из деревни в город одновременно в одном направлении выехали мотоциклист и велосипедист. Скорость велосипедиста равна 15 км/ч, что составляет $\frac{3}{5}$ скорости мотоциклиста. На каком расстоянии друг от друга они окажутся через 36 минут после выезда?

1.17 До обеда токарь изготовил 28 деталей, а после обеда – оставшиеся $\frac{3}{7}$ дневной нормы. Какова дневная норма токаря?

II уровень

1.18 Сейчас у Миши в коллекции 250 марок. За последний год число марок в его коллекции увеличилось на $\frac{1}{4}$. Сколько марок было в коллекции год назад?

1.19 У Наташи было 56 фантиков, это составляет $\frac{7}{8}$ количества фантиков Маши, а количество фантиков Даши составляет $\frac{3}{4}$ количества фантиков Наташи. Сколько фантиков у всех девочек вместе?

1.20 Три рыбака поймали 168 рыб. Щукин поймал $\frac{5}{14}$ всех рыб, Окунев – $\frac{8}{21}$ всех рыб, а Карасёв – остальные. Сколько рыб поймал Карасёв?

1.21 Фермеры Иван, Пётр и Семён вырастили вместе 612 т ячменя и поделили урожай между собой. Ивану досталось $\frac{5}{17}$ всего урожая, Петру – $\frac{9}{16}$ остатка. Сколько тонн ячменя получил Семён?

1.22 В детский санаторий завезли бананы, апельсины и мандарины. Масса апельсинов составляет $\frac{12}{35}$ массы бананов, а масса мандаринов – $\frac{7}{12}$ массы апельсинов. Сколько килограммов апельсинов и мандаринов вместе завезли в санаторий, если бананов завезли 245 кг?

1.23 На выполнение домашнего задания по математике Митя затратил $\frac{3}{4}$ часа, что составляет $\frac{5}{9}$ времени, затраченного на выполнение всех домашних заданий. Сколько времени Митя делал все домашние задания?

1.24 Папа ехал трамваем $\frac{7}{12}$ часа, что составляет $\frac{5}{7}$ времени, затраченного на путь до работы. Сколько времени папа добирался до работы?

1.25 У Васи было 72 марки, это составляет $\frac{3}{5}$ количества марок Миши, а количество марок у Ильи составляет $\frac{5}{6}$ количества марок Васи. Сколько марок у всех мальчиков вместе?

1.26 Папе 40 лет. Возраст Володи составляет $\frac{3}{8}$ возраста папы и $\frac{3}{7}$ возраста мамы. Сколько лет маме и сколько Володе?

1.27 Было 100 кг грибов, на $\frac{99}{100}$ состоящих из воды. Их подсушили, после чего они стали содержать $\frac{98}{100}$ воды. Какова масса подсушенных грибов?

1.28 Было 40 кг грибов на $\frac{98}{100}$ состоящих из воды. Их подсушили, после чего они стали содержать $\frac{90}{100}$ воды. Какова масса подсушенных грибов?

1.29 Из двух портов, расстояние между которыми равно 576 миль, одновременно навстречу друг другу вышли два корабля. Первый корабль проходил за день 42 мили, что составляет $\frac{7}{9}$ того, что проплывал второй корабль. Через сколько дней после начала движения встретятся корабли?

1.30 Тыква весит 24 кг. Масса арбуза составляет $\frac{3}{8}$ массы тыквы и $\frac{3}{2}$ массы дыни. Какова масса арбуза и какова масса дыни?

1.31 Три фермера продали 540 ц зерна. Зерно, проданное первым фермером, составляет $\frac{4}{9}$ всего зерна и $\frac{4}{3}$ зерна, проданного вторым фермером. Сколько центнеров зерна продал третий фермер?

1.32 С трёх яблонь в саду собрали 420 кг яблок. Яблоки, собранные с первой яблони составляют $\frac{2}{7}$ всех яблок и $\frac{3}{4}$ яблок, собранных со второй яблони. Сколько килограммов яблок собрали с третьей яблони?

1.33 Одна десятая всех прозаиков – ещё и поэты, а одна девятая всех поэтов – ещё и прозаики. Кого больше: поэтов или прозаиков?